

**Calculer le PGCD de deux nombres entiers
et simplifier une fraction pour la rendre irréductible**

Pour calculer le PGCD de deux nombres entiers, vous pouvez utiliser 3 méthodes au choix (*En établissant leurs listes de diviseurs, avec l'algorithme des soustractions successives et enfin avec l'algorithme d'Euclide*)

Méthode 1 : En établissant leurs listes de diviseurs

Calculer le PGCD de 36 et 48

$$D(36) = \{ 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36 \}$$

$$D(48) = \{ 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48 \}$$

$$D(36; 48) = \{ 1; 2; 3; 4; 6; 12 \}$$

Donc PGCD (36 ; 48) = 12

On établit la liste des diviseurs du premier nombre

On établit la liste des diviseurs du deuxième nombre

On repère les diviseurs communs aux deux nombres

Le PGCD est le plus grand de ces diviseurs communs

Méthode 2 : En utilisant l'algorithme des soustractions successives

Calculer le PGCD de 136 et 52

$$136 - 52 = 84$$

$$84 - 52 = 32$$

$$52 - 32 = 20$$

$$32 - 20 = 12$$

$$20 - 12 = 8$$

$$12 - 8 = 4$$

$$8 - 4 = 4$$

$$4 - 4 = 0$$

On effectue la différence entre les deux nombres entiers donnés

Parmi les 3 nombres de la ligne précédente, on prend les deux plus petits et on effectue à nouveau une différence

On continue ce raisonnement jusqu'à obtenir une différence nulle

Comme le PGCD est la dernière différence non nulle dans l'algorithme des soustractions successives, ici on trouve que : PGCD (136 ; 52) = 4

Méthode 3 : En utilisant l'algorithme d'Euclide

Calculer le PGCD de 1420 et 204

$$1420 = 204 \times 6 + 196$$

$$204 = 196 \times 1 + 8$$

$$196 = 8 \times 24 + 4$$

$$8 = 4 \times 2 + 0$$

On effectue la division euclidienne du plus grand des deux nombres par le plus petit

On prend alors le diviseur et le reste puis on effectue à nouveau une nouvelle division euclidienne

On continue ce raisonnement jusqu'à obtenir un reste nul

Comme le PGCD est le dernier reste non nul dans l'algorithme d'Euclide, ici on trouve que : PGCD (1420 ; 204) = 4

1 Calculer le PGCD des nombres suivants avec la méthode indiquée

- Avec les listes de diviseurs :

36 et 80

126 et 81

- Avec l'algorithme des soustractions :

482 et 744

312 et 612

- Avec l'algorithme d'Euclide :

1236 et 460

45 350 et 720

Pour rendre une fraction irréductible, il suffit de calculer le PGCD de son numérateur et de son dénominateur. Puis, ensuite, il faut diviser le numérateur ET le dénominateur par leur PGCD.

Comme on sait que PGCD (36 ; 48) = 12 (*Vu dans l'exemple de la méthode 1*)

Alors pour rendre la fraction $\frac{36}{48}$ irréductible, il suffit de diviser son numérateur et son dénominateur par 12.

Ainsi, $\frac{36}{48} = \frac{36 \div 12}{48 \div 12} = \frac{3}{4}$.

BILAN : $\frac{3}{4}$ est la fraction irréductible égale à $\frac{36}{48}$

2 Simplifier au maximum les fractions suivantes (*Vous pourrez vous aider des résultats trouvés en exercice 1*)

$\frac{36}{80}$

$\frac{121}{81}$

$\frac{482}{744}$

$\frac{312}{612}$